□38□ □□□□□□□□□□□□

1□□□□□ $f(x)=2e^{x-2}+ax$□

□I□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□II□□□□ $x>0$ □□□□ $f(x)>x(\ln x+a)$□

□□□□□□□I□ $f(x)$ □□□□□ R□ $f'(x)=2e^{x-2}+a$□

□ $a\geqslant 0$ □□ $f'(x)>0$ □□□□□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $a<0$ □□□ $f'(x)>0$ □□□□ $x>2+\ln(-\frac{a}{2})$□

□ $f'(x)<0$ □□□□ $x<2+\ln(-\frac{a}{2})$□

□ $f(x)$ □ $(-\infty$ □ $2+\ln(-\frac{a}{2}))$ □□□□□□□ $(2+\ln(-\frac{a}{2})$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□□□□ $a\geqslant 0$ □□ $f(x)$ □ R □□□□□□

□ $a<0$ □□ $f(x)$ □ $(-\infty$ □ $2+\ln(-\frac{a}{2}))$ □□□□□□□ $(2+\ln(-\frac{a}{2})$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□II□□□□□□ $f(x)>x(\ln x+a)$ □□□ $2e^{x-2}+ax>x(\ln x+a)$□

□□ $2e^{x-2}>x\ln x$ □□ $x>0$ □□ $\frac{2e^{x-2}}{x}>\ln x$ □□□ $\frac{2}{e^2}\cdot\frac{e^x}{x}-\ln x>0$□

□ $g(x)=\frac{2}{e^2}\cdot\frac{e^x}{x}-\ln x$ □□ $g'(x)=\frac{2(x-1)e^x-e^2x}{e^2x^2}$□

□ $r(x)=2(x-1)e^x-e^2x$ □□ $r'(x)=2xe^x-e^2$□

□ $r'(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□ r'□1□ $=2e-e^2<0$□ r'□2□ $=3e^2>0$□

□□□□□□□□ $x_0\in(1,2)$ □□□ $r'(x_0)=0$□

□$r(x)$□$(0,x_0)$□□□□□□$(x_0$□$+\infty)$□□□□□

$r(0)=-2<0$□r□2□$=0$□

□□□$r(x)>0$□□$x>2$□□$r(x)<0$□□$0<x<2$□

□$g(x)$□$(0,2)$□□□□□□$(2,+\infty)$□□□□□

□$g(x)\geq g$□2□$=1-ln2>0$□

□□□$\frac{2}{e^2}\cdot\frac{e^x}{x}-lnx>0$□□$f(x)>x(lnx+a)$□

2□□□□$f(x)=xe^x-2e^x+a(x-1)^2(a<0)$

□1□□□$f(x)$□□□□

□2□□□$f(x)$□□$(0$□$f(0))$□□□□□□□□1□□□□$x>0$□$f(x)>2e(lnx-e^{x-1})+1$

□□□□□□1□$f'(x)=(x-1)e^x+2a(x-1)=(x-1)(e^x+2a)$□

□$f'(x)=0$□□$x=1$□$x=ln(-2a)$□

①□$ln(-2a)=1$□□$a=-\frac{e}{2}$□□$f'(x)=(x-1)(e^x-e)\geq 0$□□□

$\therefore f(x)$□R□□□□□

②□$ln(-2a)<1$□□$-\frac{e}{2}<a<0$□

□□$x<ln(-2a)$□$x>1$□□$f'(x)>0$□□$ln(-2a)<x<1$□□$f'(x)<0$□

$\therefore f(x)$□$(-\infty$□$ln(-2a))$□□□□□□$(ln(-2a)$□$1)$□□□□□□$(1,+\infty)$□□□□□

③□$ln(-2a)>1$□□$a<-\frac{e}{2}$□

□□ $x<1$ □ $x>ln(-2a)$ □□ $f'(x)>0$ □□ $1<x<ln(-2a)$ □□ $f'(x)<0$ □

$\therefore f(x)(-\infty$ □ $1)$ □□□□□□□ $(1$ □ $ln(-2a))$ □□□□□□□ $(ln(-2a)$ □ $+\infty)$ □□□□□□

$(II)\ f'(x)=(x-1)e^x+2a(x-1)$ □

$\therefore f'(0)=-1-2a=1$ □□ $a=-1$ □ $\therefore f(x)=xe^x-2e^x-(x-1)^2$ □

□ $g(x)=f(x)-2e(lnx-e^{x-1})-1=xe^x-2elnx-(x-1)^2-1$ □

$g'(x)=(x+1)e^x-\frac{2e}{x}-2(x-1)$ □

□ $h(x)=(x+1)e^x-\frac{2e}{x}-2(x-1)$ □□ $h'(x)=(x+2)e^x+\frac{2e}{x^2}-2=xe^x+\frac{2e}{x^2}+2(e^x-1)$ □

□□□□ $x>0$ □□ $h'(x)>0$ □□ $h(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

□ h □1□ $=0$ □ $\therefore$ □ $0<x<1$ □□ $g'(x)<0$ □□ $x>1$ □□ $g'(x)>0$ □

$\therefore g(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□

$\therefore$ □ $x=1$ □□ $g(x)$ □□□□□ g □1□ $=e-1>0$ □

$\therefore g(x)>0$ □□ $f(x)>2e(lnx-e^{x-1})+1$ □

3□□ $f(x)=(x+1)ln(x+1)$ □

□1□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□□□ $x..0$ □□□ $f(x)..ax$ □□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□ $f(x)=(x+1)ln(x+1)$ □

$\therefore x+1>0$ □□□ $x>-1$ □

$f'(x)=ln(x+1)+1$ □

□ $f'(x)=0$ □□ $x+1=\frac{1}{e}$ □□ $x=\frac{1}{e}-1$ □

□ $x\in(-1,\frac{1}{e}-1)$ □□ $f'(x)<0$ □□ $x\in(\frac{1}{e}-1$ □ $+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □

$\therefore x=\frac{1}{e}-1$ □□ $[f(x)]_{min}=f(\frac{1}{e}-1)=\frac{1}{e}ln(\frac{1}{e})=-\frac{1}{e}$ □

□2□□ $g(x)=(x+1)ln(x+1)-ax$ □

□□□ $g(x)$ □□□ $g'(x)=ln(x+1)+1-a$

□ $g'(x)=0$ □□□ $x=e^{a-1}-1$ □

(i) □ $a\leq 1$ □□□□□ $x>0$ □ $g'(x)>0$ □□□ $g(x)$ □ $[0$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $g(0)=0$ □□□□ $x\geq 0$ □□□ $g(x)\geq g(0)$ □

□□ $a\leq 1$ □□□□□□ $x\geq 0$ □□□ $f(x)\geq ax$ □

(ii) □ $a>1$ □□□□ $0<x<e^{a-1}-1$ □ $g'(x)<0$ □□□ $g(x)$ □ $(0,e^{a-1}-1)$ □□□□□

□ $g(0)=0$ □□□□ $0<x<e^{a-1}-1$ □□□ $g(x)<g(0)$ □

□□ $a>1$ □□□□□□□□ $x\geq 0$ □□□ $f(x)\geq ax$ □□□

□□□ a □□□□□□ $(-\infty$ □ $1]$ □

4□□□□□ $f(x)=(x+1)lnx-a(x-1)$ □

□I□□ $a=2$ □□□□□ $f(x)$ □□□□□□

□II□□ $x>1$ □□ $f(x)>0$ □□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□I□□ $a=2$ □□ $f(x)=(x+1)lnx-2(x-1)$ □ $f'(x)=lnx+\frac{1}{x}-1$ □

□ $g(x)=lnx+\frac{1}{x}-1$ □□ $g'(x)=\frac{x-1}{x^2}$ □

□ $x\in(0,1)$ □□ $g'(x)<0$ □ $g(x)$ □□□□□

□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $g'(x)>0$ □ $g(x)$ □□□□□

□□ $g(x)_{min}=g$ □1□ $=0$ □□□ $f'(x)\geq 0$ □

□ $f(x)$ □□□ $(0,+\infty)$ □□□□□□□□□□□□□□

□Ⅱ□ $f'(x)=lnx+\frac{1}{x}+1-a$ □

□ $h(x)=lnx+\frac{1}{x}+1-a$ □ $x>1$ □□ $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{x^2}=\frac{x-1}{x^2}>0$ □

□□ $h(x)$ □□□ $[1$ □ $+\infty)$ □□□□□□□ $f'(x)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□ f' □1□ $=2-a$ □

① □ $a\leq 2$ □□ $f'(x)>0$ □ $f(x)$ □□□ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□ $f(x)>f$ □1□ $=0$ □□□□□

② □ $a>2$ □□ f' □1□ $=2-a<0$ □ $f'(e^a)=1+e^{-a}>0$ □

□□ $\exists x_0\in(1$ □ $e^a]$ □□□ $f'(x_0)=0$ □□□□ $x\in(1,x_0)$ □□ $f'(x)<0$ □ $f(x)$ □□□□□

□□ $x_0\in(1,x_0)$ □□ $f(x)<f$ □1□ $=0$ □□□□□□□

□□□□□□□ a □□□□□□ $(-\infty$ □ $2]$ □

5□□□□□ $f(x)=\frac{lnx+m}{x^2}$ □

□1□□ $m=1$ □□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□□ x □□□ $f(x)=m-lnx$ □□□□□□□

□□□□□□□1□ $m=1$ □□ $f(x)=\frac{lnx+1}{x^2}$ □□ $f'(x)=-\frac{2lnx+1}{x^3}$ □

□ $f'(x)>0$ □□□□ $0<x<e^{-\frac{1}{2}}$ □□ $f'(x)<0$ □□□□ $x>e^{-\frac{1}{2}}$ □

□ $f(x)$ □ $(0,e^{-\frac{1}{2}})$ □□□□ $(e^{-\frac{1}{2}}$ □ $+\infty)$ □□□

$f(x)_{max} = f(e^{-\frac{1}{2}}) = \frac{e}{2}$

(2) $f(x) = m - \ln x$ $\ln x - \frac{m(x^2-1)}{x^2+1} = 0$ $x=1$

$x \neq 1$ $m = \frac{(x^2+1)\ln x}{x^2-1}$

$h(x) = \frac{(x^2+1)\ln x}{x^2-1}$ $(x>0, x\neq 1)$

$h'(x) = -\frac{x}{(x^2-1)^2}(4\ln x - x^2 + \frac{1}{x^2})$

$\varphi(x) = 4\ln x - x^2 + \frac{1}{x^2}$

$\varphi'(x) = \frac{4}{x} - 2x - \frac{2}{x^3} = -\frac{2(x^2-1)^2}{x^3} < 0$

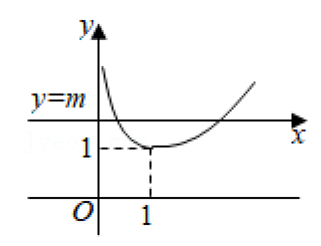
$\therefore x>0$ $\varphi(x)$

$\therefore 0<x<1$ $\varphi(x) > \varphi(1) = 0$ $h'(x) < 0$ $h(x)$

$x>1$ $\varphi(x) < \varphi(1) = 0$ $h'(x) > 0$ $h(x)$

$x \to +\infty$ $h(x) \to +\infty$ $x \to 0$ $h(x) \to +\infty$ $x \to 1$ $h(x) \to 1$

$h(x)$



$m>1$ $m=h(x)$ 2

$m \le 1$□□□ $m=h(x)$ □□□□

□□□ $m \le 1$ □□□ $f(x)=m-lnx$ □□ 1 □□□

$m>1$ □□□ $f(x)=m-lnx$ □ 3 □□□

6□□□□ $f(x)=lnx-\frac{x+1}{x-1}$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□□ $f(x)$ □□□□□□□□

□2□□ x_0 □ $f(x)$ □□□□□□□□□ $y=lnx$ □□ $A(x_0, lnx_0)$ □ □□□□□□□ $y=e^x$ □□□

□□□□□□□1□□□ $f(x)=lnx-\frac{x+1}{x-1}$ □□□□□ $(0$ □ $1)\cup(1$ □ $+\infty)$ □

$f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{2}{(x-1)^2}>0$ □ $(x>0$ □ $x\neq 1)$ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,1)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□

① □ $(0,1)$ □□□□ $\frac{1}{e^2}$ □ $\frac{1}{e}$ □□□□□□□□□□□□□□

□ $f(\frac{1}{e^2})<0$ $f(\frac{1}{e})>0$ $f(\frac{1}{e^2})$□ $(\frac{1}{e})<0$ □ □ □

$\therefore f(x)$ □ $(0,1)$ □□□□□□□

② □ $(1,+\infty)$ □□□□□□ e □ e^2 □□□□□□□□□□□□□□

□□ f □e□ <0 □ $f(e^2)>0$ □ f □e□□ $f(e^2)<0$ □

$\therefore f(x)$ □ $(1,+\infty)$ □□□□□□□□

□ $f(x)$ □□□□□□□□□□□□

□2□ x_0 □ $f(x)$ □□□□□□ $lnx_0=\frac{x_0+1}{x_0-1}$ □

□□ $y=\ln x$ □□□ $y'=\frac{1}{x}$ □

□□□□□□□□□□□□□□□□□□

□□ $y=\ln x$ □□ $A(x_0$ □ $\ln x_0)$ □□□□□□□□ $y-\ln x_0=\frac{1}{x_0}(x-x_0)$ □

□□ $y=\frac{1}{x_0}x-1+\ln x_0$ □□ $\ln x_0=\frac{x_0+1}{x_0-1}$ □□□

□□□ $y=\frac{1}{x_0}x+\frac{2}{x_0-1}$ □

□□□ $y=e^x$ □□□□□□□ $(\ln\frac{1}{x_0}$ □ $\frac{1}{x_0})$ □□□□□□□□ $y-\frac{1}{x_0}=\frac{1}{x_0}(x-\ln\frac{1}{x_0})=\frac{1}{x_0}x+\frac{1}{x_0}\ln x_0$ □

□ $\ln x_0=\frac{x_0+1}{x_0-1}$ □□□□□□□ $y=\frac{1}{x_0}x+\frac{2}{x_0-1}$ □

□□□ $y=\ln x$ □□ $A(x_0$ □ $\ln x_0)$ □□□□□□□□ $y=e^x$ □□□□

□□□□

7□□□□□ $f(x)=\ln\frac{x}{x+1}+\frac{a}{x+1}(x>0,a\in R)$

□1□□□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□ x □□□□ $(x+1)\ln x+a+a(x+1)^2\leqslant(x+1)f(x)$ □□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□ $f'(x)=\frac{1}{x(x+1)}-\frac{a}{(x+1)^2}=\frac{(1-a)x+1}{x(x+1)^2}$ □ $(x>0)$ □

$a\leqslant 1$ □□ $f'(x)>0$ □□□□□ $f(x)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□

$a>1$ □□ $f'(x)=\frac{(1-a)(x-\frac{1}{a-1})}{x(x+1)^2}$ □

□□□□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a-1})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{a-1},+\infty)$ □□□□□□

□2□□□□ $(x+1)lnx+a+a(x+1)^2 \le (x+1)f(x)$ □□□ $a \le -\frac{ln(x+1)}{x+1}=g(x)$ □ $x>0$ □

$g(x)=\frac{ln(x+1)-1}{(x+1)^2}$ □□□ $x=e-1$ □□□ $g(x)$ □□□□□□□□□□ $g(e-1)=-\frac{1}{e}$ □

$\therefore a \le -\frac{1}{e}$ □

$\therefore a$ □□□□□□ $(-\infty,-\frac{1}{e}]$ □

8□□□□ $f(x)=lnx-ax^2+(2-a)x$ □ $a>0$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□ $a\in N$ □□□ x □□□□ $f(x)\le -1$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ a □□□□□

□□□□□□1□□□□□□ $f'(x)=\frac{1}{x}-2ax-a+2=\frac{(2x+1)(-ax+1)}{x}(x>0)$ □ $a>0$ □

□ $f'(x)>0$ □□ $0<x<\frac{1}{a}$ □$\therefore$□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□

□ $f'(x)<0$ □□ $x>\frac{1}{a}$ □$\therefore$□□ $f(x)$ □ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□

$\therefore$□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□□ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□

□2□□□1□□□□□□ $f(x)$ □ $(0,\frac{1}{a})$ □□□□□□ $(\frac{1}{a},+\infty)$ □□□□□□

$\therefore f(x)_{max}=f(\frac{1}{a})=ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-1$ □

□ $f(x)\le -1$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□

$\therefore f(x)_{max}=ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}-1\le -1$ □□ $ln\frac{1}{a}+\frac{1}{a}\le 0$ □

□ $t=\frac{1}{a}$ □□ $t>0$ □□ $g(t)=lnt+t$ □□ $g(t)\le 0$ □

$g'(t)=\frac{1}{t}+1=\frac{1+t}{t}>0$ □

$\therefore$□□ $g(t)$ □ $(0,+\infty)$ □□□□□□ $g(\frac{1}{2})=ln\frac{1}{2}+\frac{1}{2}<0, g(1)=1>0$ □

$\therefore$□□□□□ $t_0\in(\frac{1}{2},1)$ □□□ $g(t_0)=0$ □□□ $t\in(0,t_0)$ □□ $g(t)<0$ □□ $t\in(t_0$ □ $+\infty)$ □□ $g(t)>0$ □

$\therefore$ $0<\frac{1}{a}\leqslant t_0$ □□□ $a\geqslant\frac{1}{t_0}\in(1,2)$ □

□ $a\in N$ □

$\therefore a$ □□□□□2□

9□□□□□ $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1-2a)x-2lnx$ □ $a\in R$ □

□1□□□ $f(x)$ □□□□□

□2□□□□□ $f(x)\geqslant\frac{3}{2}$ □ $(0,1)$ □□□□□□□□ a □□□□□□

□□□□□□□1□ □ $f(x)=\frac{1}{2}ax^2+(1-2a)x-2lnx$ □ $x>0$ □

$\therefore f'(x)=\frac{ax^2+(1-2a)x-2}{x}=\frac{(ax+1)(x-2)}{x}$ □

① □ $a\geqslant0$ □□□ $f'(x)<0$ □□ $0<x<2$ □□ $f'(x)>0$ □□ $x>2$ □

② □ $a<0$ □□□ $f'(x)=0$ □□ $x=-\frac{1}{a}$ □ $x=2$ □

□I□□ $-\frac{1}{a}>2$ □□ $-\frac{1}{2}<a<0$ □□□ $f'(x)<0$ □□ $0<x<2$ □ $x>-\frac{1}{a}$ □□ $f'(x)>0$ □□ $2<x<-\frac{1}{a}$ □

□II□□ $-\frac{1}{a}=2$ □□□ $a=-\frac{1}{2}$ □□□ $f'(x)<0$ □□□□

□III□□ $-\frac{1}{a}<2$ □□□ $a<-\frac{1}{2}$ □□□ $f'(x)<0$ □□ $0<x<-\frac{1}{a}$ □ $x>2$ □ □ $f'(x)>0$ □□ $-\frac{1}{a}<x<2$ □

□□□□□□ $a\geqslant0$ □□ $f(x)$ □ $(0,2)$ □□□□□ $(2,+\infty)$ □□□□

□ $-\frac{1}{2}<a<0$ □□ $f(x)$ □ $(0,2)$ □ $(-\frac{1}{a}$ □ $+\infty)$ □□□□□ $(2,-\frac{1}{a})$ □□□□

当 $a=-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,+\infty)$ 上递减；

当 $a<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,-\frac{1}{a})$ 和 $(2,+\infty)$ 上递减，在 $(-\frac{1}{a},2)$ 上递增.

(2) 由 (1) 得①当 $a\geq -\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减，

$\therefore f(1)=1-\frac{3}{2}a\geq\frac{3}{2}$，$\therefore -\frac{1}{2}\leq a\leq -\frac{1}{3}$；

② 当 $a<-\frac{1}{2}$ 时，

(Ⅰ) 当 $-\frac{1}{a}\leq 1$，即 $a\leq -1$ 时，$f(x)$ 在 $(0,-\frac{1}{a})$ 上递减，在 $(-\frac{1}{a},1)$ 上递增，

$\therefore f(-\frac{1}{a})=2-\frac{1}{2a}+2\ln(-a)\geq 2-\frac{1}{2a}\geq\frac{3}{2}$，$\therefore a\leq -1$ 符合题意；

(Ⅱ) 当 $-\frac{1}{a}>1$，即 $-1<a<-\frac{1}{2}$ 时，$f(x)$ 在 $(0,1)$ 上递减，

$\therefore f(1)=1-\frac{3}{2}a>\frac{7}{4}>\frac{3}{2}$，$\therefore -1<a<-\frac{1}{2}$ 符合题意；

综上，实数 a 的取值范围为 $(-\infty,-\frac{1}{3}]$.

10. 已知 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，直线 l 为曲线 $y=f(x)$ 在 $(t,f(t))$ 处的切线，直线 l 与曲线 $y=f(x)$ 相交于点 $(s,f(s))$ 且 $s<t$.

(Ⅰ) 求 t 的取值范围；

(Ⅱ) (1) 证明: $\ln x\leq 1+\frac{1}{e}(x-e)-\frac{1}{2e^2}(x-e)^2+\frac{1}{3e^3}(x-e)^3$；

(2) 证明: $s>\frac{11}{2}t-3t\ln t$.

【解答】(Ⅰ) 解: 由 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，得 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$，则 $f'(t)=\frac{1-\ln t}{t^2}$，

可得曲线 $y=f(x)$ 在 $(t,f(t))$ 处的切线方程为 $y-\frac{\ln t}{t}=\frac{1-\ln t}{t^2}(x-t)$，

即 $y=\frac{1-\ln t}{t^2}x-\frac{1}{t}+\frac{2\ln t}{t}$.

□ $g(x)=\frac{lnx}{x}-\frac{1-lnt}{t^2}x+\frac{1}{t}-\frac{2lnt}{t}$ □□□ $g(t)=0$ □ $g'(x)=\frac{1-lnx}{x^2}-\frac{1-lnt}{t^2}$ □

□ $g''(x)=\frac{2lnx-3}{x^3}=0$ □□ $x=e^{\frac{3}{2}}$ □

$\therefore g'(x)$ □ $(0,e^{\frac{3}{2}})$ □□□□□□□ $(e^{\frac{3}{2}}$ □ $+\infty)$ □□□□□□

□ $t\le e^{\frac{3}{2}}$ □ $x\in(0,t)$ □□ $\frac{1-lnx}{x^2}>\frac{1-lnt}{t^2}$ □ $\therefore g'(x)>0$ □

□ $g(x)$ □ $(0,t)$ □□□□□□□ $g(t)=0$ □ $\therefore g(x)$ □ $(0,t)$ □□□□□□□□

□ $t>e^{\frac{3}{2}}$ □ $\frac{1-lnt}{t^2}>-\frac{1}{2e^3}$ □ $\therefore x\in(0,t)$ □□ $g'(x)_{min}=g'(e^{\frac{3}{2}})=-\frac{1}{2e^3}-\frac{1-lnt}{t^2}<0$ □

□ $g(x)$ □ $(0,x_0)$ □□□□□□□ $(x_0$ □ $t)$ □□□□□□□ $x\to 0$ □□ $g(x)\to-\infty$ □

$\therefore g(x)$ □ $(0,t)$ □□□□□□

□ t □□□□□□ $(e^{\frac{3}{2}}$ □ $+\infty)$ □

□II□□□□□1□□ $h(x)=lnx-[1+\frac{1}{e}\cdot(x-e)-\frac{1}{2e^2}\cdot(x-e)^2+\frac{1}{3e^3}\cdot(x-e)^3]$ □

□ h □e□ $=0$ □ $h'(x)=\frac{1}{x}-\frac{1}{e}+\frac{1}{e^2}\cdot(x-e)-\frac{1}{e^3}\cdot(x-e)^2$ □

$h''(x)=-\frac{1}{x^2}+\frac{1}{e^2}-\frac{2}{e^3}\cdot(x-e)$ □ $h'''(x)=\frac{2}{x^3}-\frac{2}{e^3}$ □

□ $x\in(0,e)$ □□ $h'''(x)>0$ □□ $x\in(e,+\infty)$ □□ $h'''(x)<0$ □

□ $h''(x)$ □□□□□ h'' □e□ $=0$ □□□ $h'(x)$ □□□□□□ h' □e□ $=0$ □

$\therefore$□ $x\in(0,e)$ □□ $h(x)>0$ □ $h(x)$ □□□□□□ $x\in(e,+\infty)$ □□ $h(x)<0$ □ $h(x)$ □□□□□

□ $h(x)_{max}=h$□e□$=0$□□ $lnx, 1+\frac{1}{e}\cdot(x-e)-\frac{1}{2e^2}\cdot(x-e)^2+\frac{1}{3e^3}\cdot(x-e)^3$ □

□2□□□ $lns<lnt+\frac{1}{t}\cdot(s-t)-\frac{1}{2t^2}\cdot(s-t)^2+\frac{1}{3t^3}\cdot(s-t)^3$ □

□ $\varphi(x)=lnt+\frac{1}{t}\cdot(x-t)-\frac{1}{2t^2}\cdot(x-t)^2+\frac{1}{3t^3}\cdot(x-t)^3-lnx$ □

$\varphi'(x)=\frac{1}{t}-\frac{1}{t^2}\cdot(x-t)+\frac{1}{t^3}\cdot(x-t)^2-\frac{1}{x}$ □

$\varphi''(x)=-\frac{1}{t^2}+\frac{2}{t^3}\cdot(x-t)+\frac{1}{x^2}$ □ $\varphi'''(x)=\frac{2}{t^3}-\frac{2}{x^3}$ □

□ $x\in(0,t)$ □□ $\varphi'''(x)<0$ □□ $x\in(t,+\infty)$ □□ $\varphi'''(x)>0$ □

□ $\varphi''(x)$ □□□□□ $\varphi''(t)=0$ □□□ $\varphi'(x)$ □□□□□□ $\varphi'(t)=0$ □

$\therefore$□ $x\in(0,t)$ □□ $\varphi'(x)<0$ □ $\varphi(x)$ □□□□□□ $x\in(t,+\infty)$ □□ $\varphi'(x)>0$ □ $h(x)$ □□□□□

□ $\varphi(x)_{min}=\varphi(t)=0$ □□ $lns<lnt+\frac{1}{t}\cdot(s-t)-\frac{1}{2t^2}\cdot(s-t)^2+\frac{1}{3t^3}\cdot(s-t)^3$ □

□ $(s$□ $f(s))$ □□□ l □□□□ $\therefore\frac{lns}{s}=\frac{1-lnt}{t^2}(s-t)+\frac{lnt}{t}$ □

$\therefore\frac{lns}{s}=\frac{1-lnt}{t^2}(s-t)+\frac{lnt}{t}<\frac{lnt+\frac{1}{t}\cdot(s-t)-\frac{1}{2t^2}\cdot(s-t)^2+\frac{1}{3t^3}(x-t)^3}{s}$ □

□□ $\frac{1-lnt}{t^2}(s-t)s+\frac{s-t}{t}lnt<\frac{1}{t}\cdot(s-t)-\frac{1}{2t^2}\cdot(s-t)^2+\frac{1}{3t^3}\cdot(s-t)^3$ □

$\therefore(s-t)^2\cdot\frac{1-lnt}{t^2}<-\frac{1}{2t^2}\cdot(s-t)^2+\frac{1}{3t^3}\cdot(s-t)^3$ □

$\therefore \frac{1-lnt}{t^2} < -\frac{1}{2t^2} + \frac{1}{3t^2}\cdot(s-t)$ □

□ $1-lnt < -\frac{1}{2} + \frac{1}{3t}\cdot(s-t)$ □

□ $s > \frac{11}{2}t - 3tlnt$ □

11□□□□□ $f(x)=lnx$ □ $g(x)=x+m(m\in R)$ □

□1□□ $f(x)\leq g(x)$ □□□□□□□ m □□□□□□

□2□□□□□ $x>0$ □□ $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x} \geq lnx+1$ □

□□□□□1□□□□ $F(x)=f(x)-g(x)=lnx-x-m(x>0)$ □

□ $F'(x)=\frac{1-x}{x}$ □

□ $0<x<1$ □□ $F'(x)>0$ □□ $F(x)$ □□□□□

□ $x>1$ □□ $F'(x)<0$ □□ $F(x)$ □□□□□

□□□ $x=1$ □□ $F(x)$ □□□□□ F□1□$=-1-m$□

□□ $f(x)\leq g(x)$ □□□□□ $F(x)\leq 0$ □□□□

□ $-1-m\leq 0$ □□□ $m\geq -1$ □

□□□ m □□□□□□ $[-1$□$+\infty)$ □

□2□□□□□□1□□□□ $lnx\leq x-1$ □□□□□ $x\geq lnx+1$ □

□□□□ $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\geq lnx+1$ □

□□□□ $e^x-(e-2)x-1\geq x^2$ □□□□□

□ $h(x)=e^x-x^2-(e-2)x-1(x>0)$ □

□ $h'(x)=e^x-2x-(e-2)$ □

□ $m(x)=e^x-2x-(e-2)(x>0)$ □

□ $m'(x)=e^x-2$ □

□ $0<x<ln2$ □□ $m'(x)<0$ □□ $m(x)$ □□□□□

□ $x>ln2$ □□ $m'(x)>0$ □□ $m(x)$ □□□□□

□ $h'(0)=3-e>0$ □ h' □1□ $=0$ □

□□ $0<ln2<1$ □□ $h'(ln2)<0$ □

□□□□ $x_0\in(0,ln2)$ □□□ $h'(x_0)=0$ □

□□ $x\in(0,x_0)$ □□ $h'(x)>0$ □□ $h(x)$ □□□□□

□ $x\in(x_0$ □ $1)$ □□ $h'(x)<0$ □□ $h(x)$ □□□□□

□ $x\in(1,+\infty)$ □□ $h'(x)>0$ □□ $h(x)$ □□□□□

□ $h(0)=h$ □1□ $=0$ □

□□ $h(x)\geq 0$ □

□□□□ $x>0$ □□ $\frac{e^x+(2-e)x-1}{x}\geq lnx+1$ □

12□□□□□ $f(x)=lnx$□$g(x)=kx^{2}-2x(k\in R)$□

□1□□ $y=f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□ $y=g(x)$ □□□□□ k □□□

□2□□ $x\in(0,+\infty)$ □ $f(x)\leqslant g(x)$ □□□□□ k □□□□□□□

□□□□□□□1□□ $f(x)=lnx$□

□ $f'(x)=\frac{1}{x}$ □□ f'□1□$=1$□

□ f□1□$=0$□$\therefore y=f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□□ $y=x-1$□

□□ $\begin{cases} y=x-1 \\ y=kx^{2}-2x \end{cases}$ □□ $kx^{2}-3x+1=0$□

□□□□ $k\neq0$ □□△ $=(-3)^{2}-4k=0$ □□□ $k=\frac{9}{4}$□

□2□ $x\in(0,+\infty)$ □ $f(x)\leqslant g(x)$ □□□□

□ $kx^{2}-2x-lnx\geqslant0$ □□□ $x\in(0,+\infty)$ □□□□□ $h(x)=kx^{2}-2x-lnx$□

□ $x=1$ □□□ $k\geqslant2$□

□ $k=2$ □ $h(x)=2x^{2}-2x-lnx$ □ $h'(x)=4x-2-\frac{1}{x}=\frac{4x^{2}-2x-1}{x}(x>0)$ □

$4x^{2}-2x-1=0$ □□□□ $\frac{1+\sqrt{5}}{4}<1$ □□ $h(x)$ □ $(\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ □ $1)$ □□□□□□

□ h□1□$=0$ □□□ $h(x)<h$□1□$=0$ □ $(\frac{1+\sqrt{5}}{4}$ □ $1)$ □□□□□ $h(x)\geqslant0$ □□□

□ $k\geqslant3$ □□ $h(x)=kx^{2}-2x-lnx\geqslant3x^{2}-2x-lnx$ □ $(0,+\infty)$ □□□□

□ $\varphi(x)=x-1-lnx$ □□ $\varphi'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$ □

当 $x\in(0,1)$ 时，$\varphi'(x)<0$，$\varphi(x)$ 单调递减，当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$\varphi'(x)>0$，$\varphi(x)$ 单调递增.

∴ $\varphi(x)\geq\varphi$（1）$=0$，即 $x-1\geq\ln x$，

可得 $k\geq3$ 时，$h(x)=kx^2-2x-\ln x\geq3x^2-2x-(x-1)=3x^2-3x+1=3(x-\frac{1}{2})^2+\frac{1}{4}>0$ 在 $(0,+\infty)$ 上成立.

∴ k 的最小整数值为 3.

13. 已知函数 $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，$g(x)=\frac{m}{x}-\frac{3}{x^2}-1$.

(1) 求函数 $f(x)$ 的单调区间;

(2) 对一切 $x\in(0,+\infty)$，$2f(x)\geq g(x)$ 恒成立，求实数 m 的取值范围.

【解答】解：(1) $f(x)=\frac{\ln x}{x}$，得 $f'(x)=\frac{1-\ln x}{x^2}$ 由 $f'(x)>0$，得 $0<x<e$；$f'(x)<0$，得 $x>e$；

∴ $f(x)$ 的递增区间是 $(0,e)$，递减区间是 $(e,+\infty)$.

(2) 对一切 $x\in(0,+\infty)$，$2f(x)\geq g(x)$ 恒成立，

可化为 $m\leq2\ln x+x+\frac{3}{x}$ 对一切 $x\in(0,+\infty)$ 恒成立.

令 $h(x)=2\ln x+x+\frac{3}{x}$，$h'(x)>0=\frac{2}{x}+1-\frac{3}{x^2}=\frac{x^2+2x-3}{x^2}=\frac{(x+3)(x-1)}{x^2}$，$(x>0)$

当 $x\in(0,1)$ 时，$h'(x)<0$，即 $h(x)$ 在 $(0,1)$ 递减，

当 $x\in(1,+\infty)$ 时，$h'(x)>0$，即 $h(x)$ 在 $(1,+\infty)$ 递增，∴ $h(x)_{min}=h$（1）$=4$，

∴ $m\leq4$，即实数 m 的取值范围是 $(-\infty,4]$.

14. 已知函数 $f(x)=\ln x-\frac{a}{x}+\frac{a}{x^2}(a\neq0)$.

(1) 当 $a=1$ 时，求 $f(x)$ 的极值;

(2) 当 $a>0$ 时，证明：不等式 $f(x)<\frac{a}{x^2}+2x-\frac{3}{2}$ 成立.

□□□□□1□□□□ $a=1$ □□ $f(x)=lnx-\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}(x>0)$ □

□ $f'(x)=\frac{1}{x}+\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x^3}=\frac{x^2+x-2}{x^3}=\frac{(x+2)(x-1)}{x^3}$ □

□□ $f(x)$ □□□ $(0,1)$ □□ $f'(x)<0$ □□ $f(x)$ □□□

□□□ $(1,+\infty)$ □□ $f'(x)>0$ □□ $f(x)$ □□□

□ $f(x)$ □ $x=1$ □□□□□□ f□1□$=0$□□□□□□□

□2□□□□□□ $f(x)<\frac{a}{x^2}+2x-\frac{3}{2}$ □

□□□ $lnx-\frac{a}{x}-2x+\frac{3}{2}<0$ □

□ $a>0$□$x>0$□

$\therefore -\frac{a}{x}<0$ □

□□□ $lnx-2x+\frac{3}{2}<0$ □

□ $g(x)=lnx-2x+\frac{3}{2}$ □

$\therefore g'(x)=\frac{1}{x}-2=\frac{1-2x}{x}$ □

□ $0<x<\frac{1}{2}$ □□ $g'(x)>0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□ $x>\frac{1}{2}$ □□ $g'(x)<0$ □□ $g(x)$ □□□□□

□□□ $x=\frac{1}{2}$ □□ $g(x)_{max}=g(\frac{1}{2})=ln\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=\frac{1}{2}-ln2<0$ □

□ $g(x)<0$ □

□□□□□ $f(x)<\frac{a}{x^2}+2x-\frac{3}{2}$ □□□